FICHE TECHNIQUE
RESSORTS DE COMPRESSION

FTe08

1. AVANT PROPOS

Source documentaire : Thèse INSAT de Manuel Paredes-Développement d'outils d'assistance à la conception optimale des liaisons élastiques par ressorts - 13-12-2000.
Dans notre pratique modéliste nous utilisons des ressorts, ressorts souvent récupérés ou bricolés à la hâte. Il est cependant des cas pour lesquels les ressorts doivent être conçus et réalisés de manière rigoureuse. Ce sont par exemple les ressorts de décharge des soupapes des chaudières vapeur, les ressorts de rappel des soupapes des moteurs à combustion interne ou les ressorts des régulateurs de pression de gaz. Ce document ne traite que des ressorts à enroulement cylindrique en hélice régulière et s'appuie sur la méthode rapide de dimensionnement de la norme ISO.

Une fois le dimensionnement réalisé on devra absolument valider le ressort en condition d'utilisation réelle, surtout s'il appartient à un organe de sécurité.

2. DIMENSIONNEMENT DU RESSORT

Tout d'abord il convient de bien définir le mode de fonctionnement du ressort.

- Soupape de décharge vapeur : faible nombre de cycles de travail, ouverture/fermeture franche de la soupape sans rebond, levée à pleine ouverture 0,5 à 0,6mm, dimensions très réduites. Donc ressort trapu à forte raideur et faible nombre de spires, fil inox obligatoire.
- Ressort de rappel de soupape d'un moteur à explosion : ouverture/fermeture franche de la soupape sans rebond, grand nombre de cycles, absence de résonance vibratoire dans la plage de vitesse du moteur, levée très faible. Donc ressort standard à raideur élevée
- Ressort de régulateur détente gaz : cyclage lent autour d'une valeur d'équilibre avec une plage de réglage importante. Ressort à faible raideur, faible nombre de spires et facteur d'enroulement élevé

Dans notre pratique les contraintes dimensionnelles sont connues, le métal du fil est imposé, mais les forces en jeu sont grossièrement estimées.
Pour dimensionner le ressort on partira des règles empiriques courantes. On fixe certaines données à priori puis on développe le calcul. Il y a souvent quelques itérations avant de trouver la meilleure combinaison.

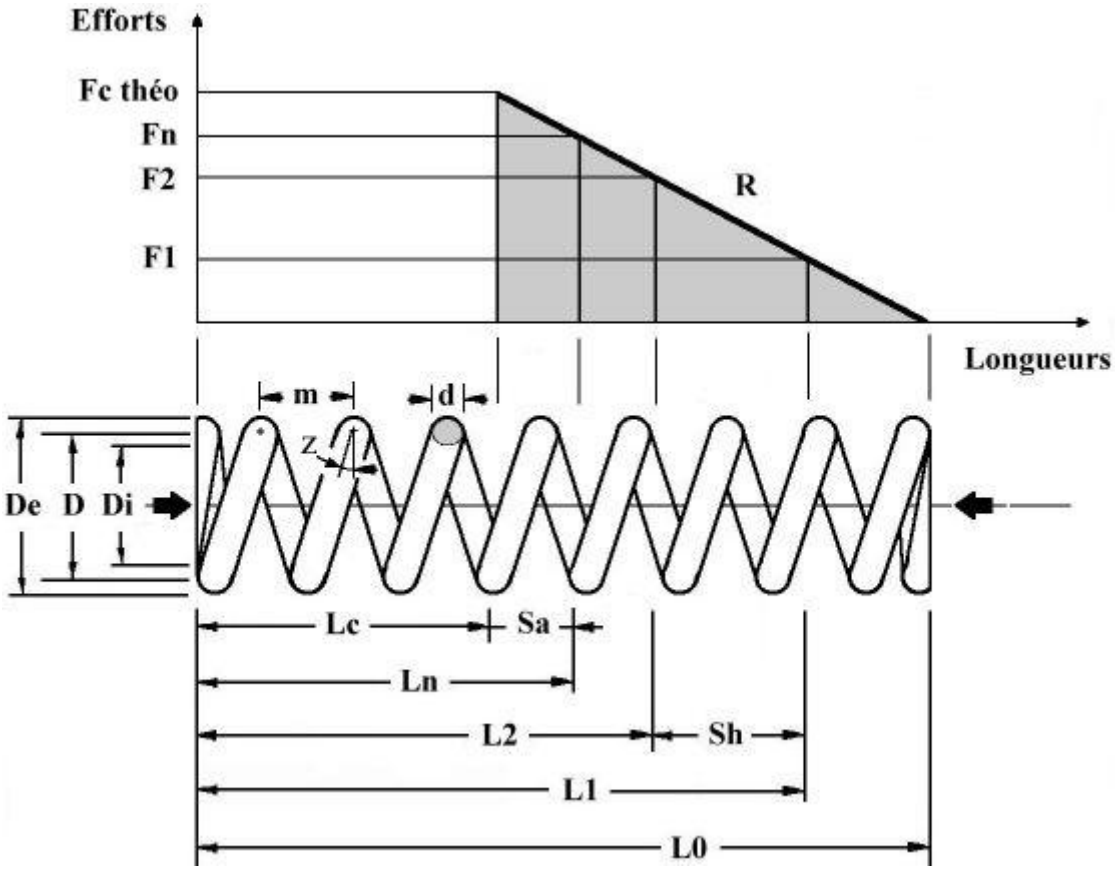
La marche à suivre est la suivante :

- Détermination des efforts
- Détermination des encombrements
- Choix du métal et calcul du diamètre marchand du fil
- Calcul du nombre de spires utiles

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

- Calcul de la hauteur théorique spires serrées à bloc, vérification de sa compatibilité avec les données d'encombrement et de charge maximale. Prendre une garde Sa d'au moins 5 % de cette hauteur maximum à bloc avec un minimum égal à d/2, **d** = diamètre du fil.
- Vérification du taux de travail admissible pour les ressorts à grand nombre de cycle.
- Note : les forces sont exprimées en Newton, noté **N**. La conversion est 1 kgf = 9,81 N

3. NOMENCLATURE



Nota : Le raccourcissement s du ressort est souvent nommé flèche.

L0	*mm*	*Longueur libre. Aucune force n'est appliquée au ressort*
L1, L2	mm	Longueurs en charges relatives à F1, F2.
Lc	mm	Longueur à spires jointives. (ressort compressé à bloc)

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

Ld	mm	longueur développée, c'est à dire longueur de fil bobiné
Lk	mm	Longueur critique de flambage
Ln	mm	Plus petite longueur de travail admissible (géométriquement)
Lr	mm	Plus petite longueur de travail admissible (contrainte maxi)

Dans nos exemples du sous-chapitre d'introduction, **L1** correspond à la charge de précontrainte et **L2** à la charge nominale, par exemple pleine ouverture d'une soupape.

Ln est conditionnée par le raccourcissement maximal autorisé en ménageant une garde Sa. Son expression est :

$$S_a = \left(0{,}0015\frac{D^2}{d} + 0{,}1d\right)\cdot n$$

Lr est la plus petite longueur, donc le plus grand raccourcissement, du ressort pour rester en dehors de la zone de rupture par fatigue.

Lk est la longueur qui définit le risque de flambage (déviation latérale) du ressort.

w = D/d ce rapport, appelé rapport d'enroulement, permet de caractériser le ressort.

3.1. Spires

n	Nombre de spires actives, ce sont les spires qui se déforment
ni	influence des extrémités sur les longueurs. Les spires d'extrémité peuvent être simplement coupée, meulées et ou rapprochées. En fonction de cela le coefficient *ni* amène une correction
nm	Nombre de spires mortes. Ce sont des spires parfaitement jointives qui ne travaillent pas. Elles sont placées aux extrémités, mais pourraient aussi bien être placée au milieu du ressort. Elles servent principalement à ajuster la longueur du ressort sans participer à sa raideur.

En général on fixe le nombre de spires actives ***n***, le type d'extrémités puis on calcule le nombre total de spires N en ajoutant éventuellement le nombre de spires mortes.

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

On notera que lors de sa compression, le diamètre des spires augmente. Pour les ressorts encapsulés, comme ceux d'une soupape de décharge vapeur, on devra avoir un jeu suffisant entre le ressort et l'alésage du corps de soupape. La variation du diamètre s'exprime par la formule approchée :

$$D'_e = d + \frac{1}{2}\sqrt{p^2 + 4D^2 - d^2}$$

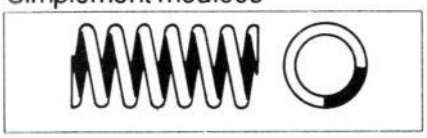
D'e est le diamètre lorsque le ressort est comprimé à bloc : **p** est le pas du ressort ; **d** diamètre du fil : **D** diamètre moyen du ressort
Exemple **D** = 6 mm, **d** = 0,5 mm, **p** = 1,64 mm/tour ; lorsque le ressort se comprime à bloc le diamètre moyen devient **D'e** = 6.55 mm

Le tableau suivant donne les corrections en prendre en compte en fonction du type d'extrémités. Par exemple si l'on compte **N** spires pour un ressort avec des extrémités rapprochées et meulées le nombre de spires actives à prendre en compte est ***n*** = N-2. En connaissant la longueur libre à vide **L** on pourra en déduire la longueur comprimée à bloc et le pas.

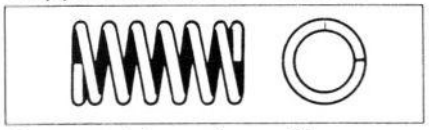
- Forme des extrémités

Simplement coupées

Simplement meulées



Rapprochées non meulées



Rapprochées et meulées

- Relations à observer

Forme des extrémités		Simplement coupées	Simplement meulées
Nombre de spires utiles	(n)	$n = N - 1/2$	$n = N - 1$
Nombre de spires totales	(N)	$N = n + 1/2$ $N = \frac{L - d}{P}$	$N = n + 1$ $N = \frac{L - d/2}{P}$
Hauteur comprimée à bloc	(H)	$H = d\,(N+1)$	$H = d(N + 1/2)$
Longueur libre	(L)	$L = d + Np$	$L = d/2 + Np$
Pas	(p)	$p = \frac{L - d}{N}$	$p = \frac{L - d/2}{N}$

Forme des extrémités		Rapprochées non meulées	Rapprochées et meulées
Nombre de spires utiles	(n)	$n = N - 2$	$n = N - 2$
Nombre de spires totales	(N)	$N = n + 2$ $N = 2 + \frac{L - 3d}{P}$	$N = n + 2$ $N = 2 + \frac{L - 2d}{P}$
Hauteur comprimée à bloc	(H)	$H = d\,(N + 1)$	$H = d\,N$
Longueur libre	(L)	$L = 3d + np$	$L = 2d + np$
Pas	(p)	$p = \frac{L - 3d}{n}$	$p = \frac{L - 2d}{n}$

3.2. Raideur

La raideur **R** du ressort est une grandeur qui permet de relier la force appliquée à la déformation du ressort. Pour les ressorts dont il est question ici on aura par exemple F1-F0 = R*(L1-L0)= R*Sh

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

La raideur s'exprime par : $R = \frac{Gd^4}{8D^3n}$

G = module de torsion, c'est une constante qui dépend du matériau utilisé; **d** = diamètre du fil ; **D** = diamètre moyen du ressort ; **n** nombre de spires actives.
Un facteur correctif est proposé lorsque **w** s'écarte de la valeur w = 10

R vaut alors : $\beta\frac{G\,d^4}{8\,D^3\,n}$ avec bêta = 1+3/16/(w²-1)

Si on analyse la formule on constate que la raideur **R** :

- augmente très vite avec le diamètre du fil d
- diminue avec le nombre de spires actives n
- diminue très vite avec le diamètre moyen D

Le tableau suivant illustre la variation de raideur R d'un ressort à 7 spires actives en fil Inox.

R en N/mm	*D=5.5*	*D=6,0*
d=0,4	0,22	0,17
d=0,5	0,55	0,42

Passer d'un ressort de diamètre 6,0 mm avec un fil de 0,4 mm à un ressort de diamètre 5,5 mm avec un fil de 0,5 mm paraît pas grand-chose, et pourtant **R** varie dans un rapport de plus de 3.

Tableau suivant : Valeurs typiques des matériaux de fil à ressort les plus courants

Table III.1 Limites matériaux pour ressorts de compression

Matériau	Acier DH	Inox 302
Limites du constructeur (mm)	0.3 ≤ d ≤ 12	0.15 ≤ d ≤ 15
G (N/mm²)	81500	70000
E (N/mm²)	206000	192000
Rm = f(d) (N/mm²)	2230 - 355.94 Ln (d)	1919 - 255.86 Ln (d)
Contrainte maximale admissible τzul (% de Rm)	50	48
ρ (Kg/dm³)	7.85	7.90

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

3.3. Flambage

Sous certaines conditions le ressort, en fonction du type d'assise, peut flamber si l'on dépasse un raccourcissement critique.

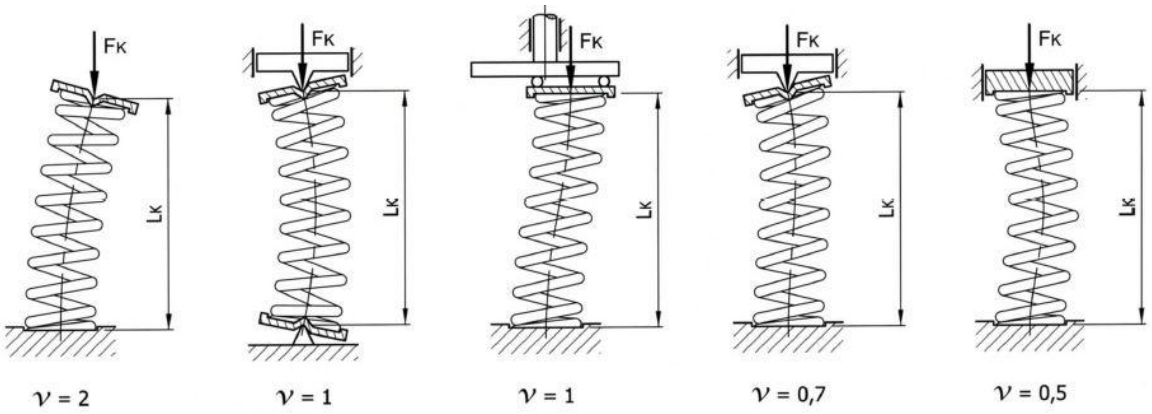


Figure 14 - Coefficient d'assise en fonction des liaisons aux extrémités

La formule utilisée est la suivante :

$$\text{Si} \quad \nu\, L0 / D < \pi\sqrt{\frac{2\mu+1}{\mu+2}} \quad \text{Alors} \quad LK = 0 \text{ (pas de risque de flambage)}$$

$$\text{Sinon } LK = L0\left\{1-\frac{\mu+1}{2\mu+1}\left[1-\sqrt{1-\frac{2\mu+1}{\mu+2}\left(\frac{\pi D}{\nu L0}\right)^2}\right]\right\} \text{ avec } \mu = \frac{E}{2G}-1.$$

Prenons l'exemple d'un ressort à fil inox tel que v = 1. L0 = 16 mm ; D = 5,5 mm. **L2** sous charge maximale vaut **L2** = 8 mm. Le plus efficace est de se fabriquer un tableau de calcul.

mu=E/(2*G)-1	0,35	
ni*L0/D	2,91	
pi()((2*mu+1)/(mu+2)^ 0,5	2,67	
Test	**flambement calculer LK**	
A= [1-(2*mu+1)/(mu+2)* (pi()*D/(v*L0))^2]^ 0,5	0,07827	
LK=L0*(1-(mu+1)/(2*mu+1)*A	4,29	mm

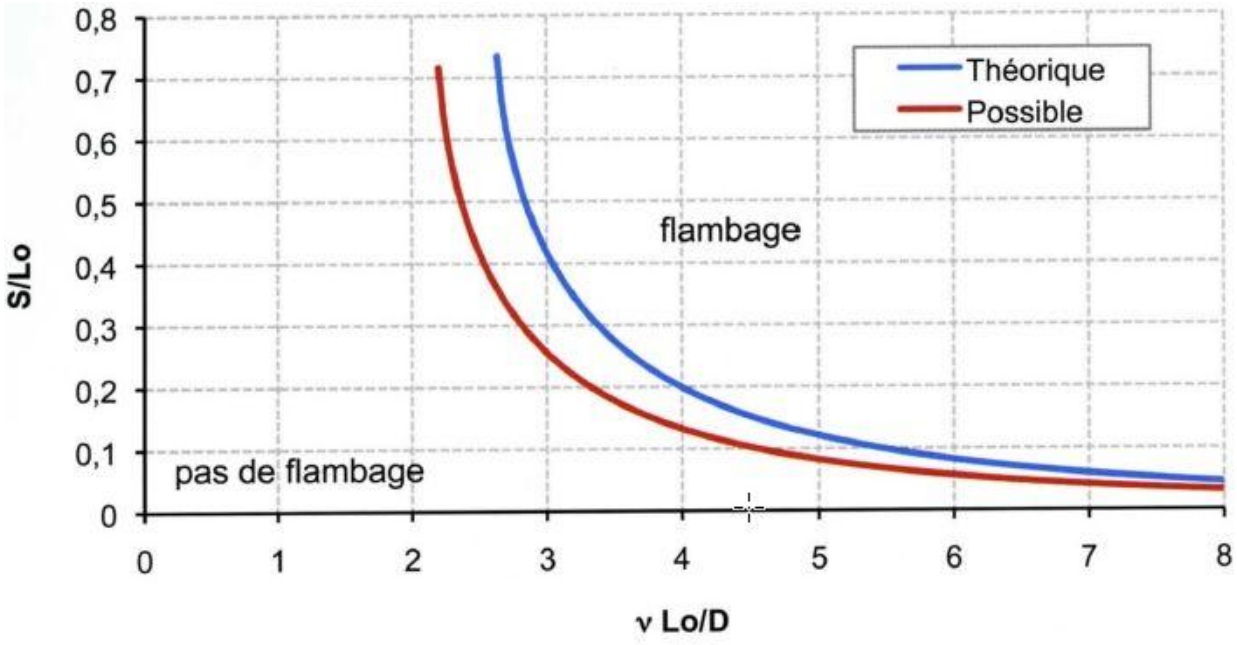
*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

Tant que la longueur sous charge **L2** est supérieure à **LK** il n'y a pas de flambage. Ceci étant il est souhaitable d'avoir de la marge car les ressorts qui fonctionnent en régime dynamique peuvent être soumis à des charges instantanées qui provoquent un flambement alors que la charge nominale moyenne utilisée dans les calculs, elle, ne provoque pas de flambement.
Pour éviter ces calculs on utilise souvent des abaques comme celle de la figure suivante.

Exemple

L0 = 16 mm ; **D** = 5 mm ; **v** = 1

vL0/D = 1*16/5 = 3,2. Prenons s = 6 mm alors s/L0 = 6/16 = 0,375. L'abaque nous indique que le ressort est susceptible de flambage.



Graphique 7 - Limite de flambage pour les ressorts de compression

4. CAS DES SOUPAPES DE MOTEUR-RESONANCE DU RESSORT

Remarque : ce paragraphe est placé pour mémoire mais il ne sera pas développé faute d'expertise de notre part dans ce domaine.

Lorsqu'un système est soumis à une excitation d'une fréquence proche ou égale à sa fréquence propre de résonance, l'amplitude du déplacement augmente considérablement. Il suffit de penser à une balançoire.

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

La formule souvent avancée pour calculer la fréquence propre du ressort est :

Fp = 3560*d/pi()/D²*(G/Rhô)^{0,5}*Rhô est la masse volumique du ressort.

L'ensemble, soupape + coupelle de ressort + ressort, est soumis à un mouvement alternatif rapide. A la fréquence de résonance de cet équipage mobile l'amplitude du déplacement croit brutalement et dans de grandes proportions car l'énergie accumulée dans le système croit considérablement. Le ressort va travailler dans de très mauvaises conditions en se comprimant brutalement à bloc puis en se détendant brutalement. Il y a des risques de rupture du dispositif. Sur les moteurs Diesel la soupape peut venir cogner le piston et le trouer, mettant le moteur hors d'usage.

Sur un moteur quatre-temps, à 6 000 tr/min, chaque soupape doit s'ouvrir et se fermer cinquante fois par seconde (50 Hz). Si la raideur du ressort chargé de la fermeture de la soupape est trop faible, les spires ne peuvent pas se détendre suffisamment vite et assurer la fermeture dans les temps. Ne remplissant plus leur rôle, les soupapes se désynchronisent. Ce décalage se traduit par un rebondissement du poussoir qui vient heurter l'arbre à cames qui, dans l'intervalle de temps nécessaire à la détente du ressort, a tourné. De plus, à chaque ouverture, la force exercée par l'arbre à cames (directement ou indirectement) pour comprimer le ressort n'est pas intégralement « récupérée » lors de sa détente. Il y a là une source importante de perte de rendement.

On doit veiller à plusieurs points :

- faire en sorte que la fréquence de résonance du système formé par la soupape et son équipage soit en dehors de la plage de fonctionnement nominale du moteur
- la vitesse de propagation de l'onde de compression ou de détente dans le ressort doit rester compatible avec la fréquence du mouvement alternatif imposé à la soupape. Les soupapes « s'affolent » avec des risques de casse moteur élevé. Les anciens moteurs à soupapes latérales ne risquent pas la casse, car les soupapes ne sont pas en face du piston.
- le ressort doit encaisser, sans se comprimer à bloc, les pointes de l'effort dynamique qui peut être très supérieur à une valeur moyenne statique
- avoir une tenue suffisante à la fatigue compte tenu du nombre très élevé de cycles compression-détente.

Afin de diminuer le risque du phénomène, plusieurs stratégies sont possibles, mais clairement pas applicables en modélisme, sauf peut-être le double ressort :

4.1. Durcir ou multiplier le nombre de ressort

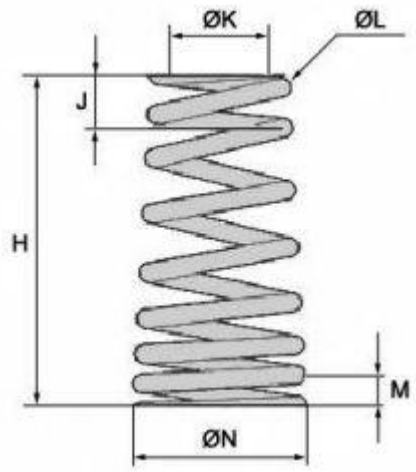
L''affolement étant un phénomène lié à la résonance du ressort, qui se produit à certaines fréquences ; cette méthode a ses limites puisqu'un ressort plus dur demande plus d'efforts au moteur pour ouvrir la soupape associée. Installer deux

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

ressorts différents implique deux fréquences de résonance différentes : en tout temps au moins un des deux ressorts est apte à refermer correctement la soupape. Cette solution pourrait s'étudier dans un cadre de modélisme.

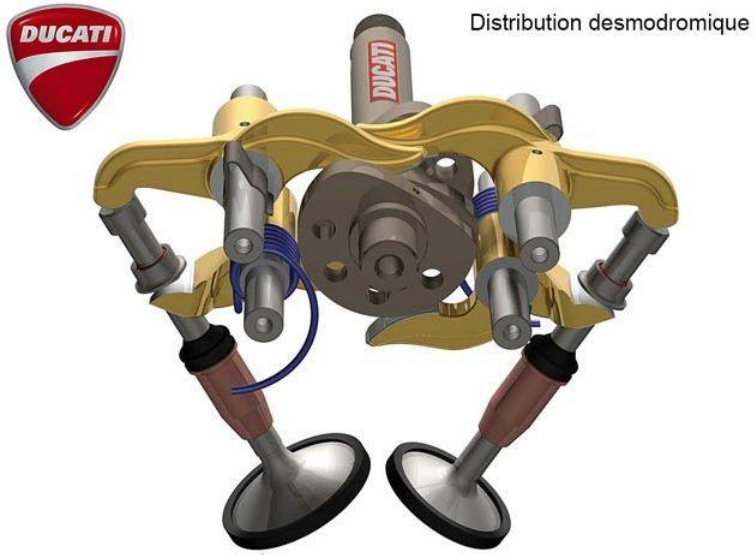
4.2. Ressorts conique à pas variable

Cette conception permet d'augmenter la raideur du ressort en fin d'ouverture des soupapes donc la force de rappel.



4.3. Commander mécaniquement la soupape

La commande desmodromique permet de s'affranchir du ressort et donc de son affolement. Dans cette solution mécanique l'ouverture et la fermeture sont commandées mécaniquement. Complexe et coûteux ce système est resté confidentiel.



*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

4.4. Utiliser de l'air comprimé.

L'air comprimé agissant à la place des ressorts (ressort pneumatique de soupape), permet d'éliminer les risques d'affolement.

5. TENUE A LA FATIGUE

On commence par calculer la contrainte admissible en régime statique ou quasi-statique. Ensuite on calcule, en fonction des objectifs de conception la réduction des contraintes à concéder pour atteindre le objectifs de tenue en nombre de cycles de charge.

5.1. Contrainte maximale statique

Les méthodes simplifiées ne tiennent pas compte de la courbure en hélice du fil, courbure dont le résultat est une augmentation des contraintes sur la fibre intérieure. La contrainte la plus élevée se trouve sur la peau interne la plus proche de l'axe d'hélice là où naissent les criques qui vont se propager jusqu'à la rupture.

On corrige les résultats de la formule simplifiée par un coefficient **k** = (w+0,5)/(w-0,75)

Le ressort doit être dimensionné de manière à ce que la contrainte corrigée ne dépasse pas la contrainte de cisaillement admissible tzul.

tk2 = 8D*R*(L0-L2)*k/pi/d^3. On rappelle que **R** est la raideur du ressort en N/mm. tk2 s'exprimera en N/mm². La formule peut aussi s'écrire:

$$\mathbf{tk2} = 2{,}548*F2*k*D/d^3$$

On devra vérifier que pour la charge maximale **F2** l'inégalité **tk2<tzul** est vérifiée.

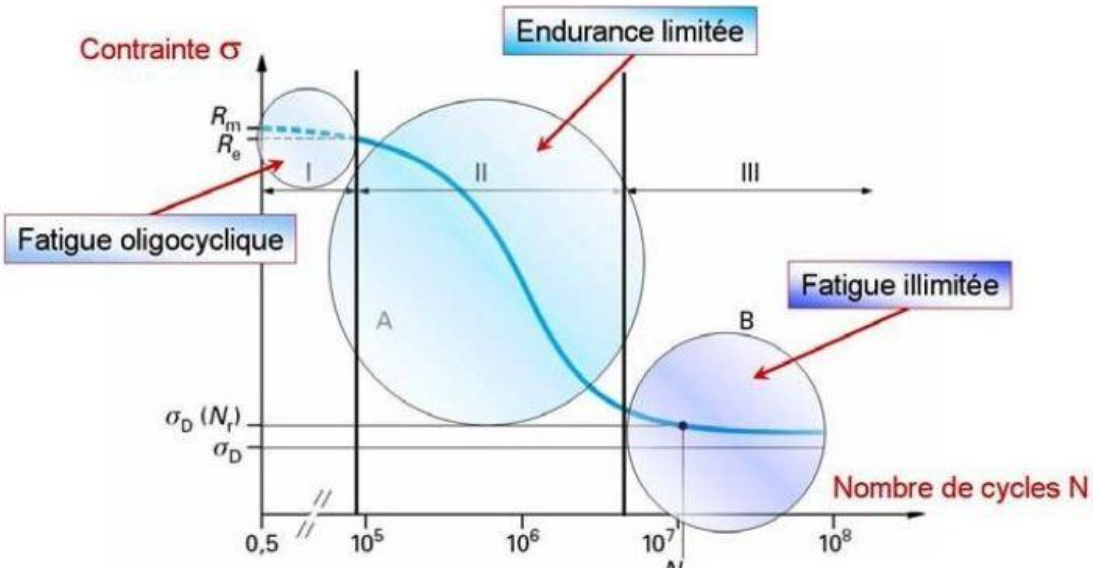
5.2. Cas du cyclage et des risques de rupture en fatigue

La courbe de Wöhler permet de visualiser la tenue de la pièce ou des matériaux dans le domaine de fatigue. Elle provient d'essais normalisés. Cette courbe définit une relation entre la contrainte appliquée σ (sigma parfois notée S) et le nombre de cycles à la rupture NR (en fait nombre de cycles pour lesquels on observe P% de ruptures sur le lot d'échantillons testés). En pratique, la courbe de Wöhler est généralement donnée pour une probabilité de rupture P = 0,5.

Ce n'est donc pas une garantie absolue car statistiquement 1 ressort sur 2 va se casser. C'est pour cette raison que l'on prend une marge de sécurité en diminuant la contrainte dans le fil en dessous de la valeur limite.

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

Elle se présente sous l'aspect général du schéma suivant :



On définit trois zones :

1. La zone de fatigue oligocyclique. La rupture intervient après un très petit nombre de cycles sous forte contrainte ; après une série de déformations plastiques locales notables le fil du ressort va se rompre
2. La zone d'endurance limitée dans laquelle le nombre de cycles avant rupture croît lorsque la contrainte appliquée décroît. Cette zone est à considérer au regard des risques pour le système ou de la politique de maintenance du dispositif
3. La zone d'endurance illimitée dans laquelle la probabilité de rupture devient extrêmement faible. On constate alors qu'au delà de 10^7 cycles (dix millions de cycles) l'évolution est très lente (variation asymptotique).

Dans un moteur 4T qui tourne à 6000 trs/mn les ressorts de soupape font 50 cycles de compression-décompression par seconde. Les 10^7 cycles sont réalisés en $10^7/50$ = 200 000 s soit un peu plus de 55 heures de fonctionnement continu. Pour les micromoteurs animant des modèles réduits cela peut être facilement atteint.

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

Le tableau qui suit donne l'expression des contraintes en deçà desquelles il faut se maintenir pour l'acier et l'inox.

Données de fatigue pour l'acier ($1 \le d \le 10$ mm)			
		non grenaillé	"grenaillé"
β	Sans unité	2	1.6
τd	N/mm^2	$\frac{293.5}{d^{0.1786}}$	$\frac{350.8}{d^{0.1769}}$
τzul	N/mm^2	$0.50*(2230- 355.94 \text{ Ln}(d))$	
$\tau d(N \ge 10^4)$	N/mm^2	τd	
$\tau d(10^4<N<10^7)$	N/mm^2	$\left[\frac{(\tau d - \tau zul)\ln N}{\ln 10} + 7\,\tau zul - 4\tau d\right]/3$	
$\tau d(N \le 10^4)$	N/mm^2	τzul	

Données de fatigue pour l'inox ($1 \le d \le 6$ mm)			
		non grenaillé	"grenaillé"
β	Sans unité	3	2
τd	N/mm^2	$\frac{303}{d^{0.268}}$	$\frac{285}{d^{0.234}}$
τzul	N/mm^2	$0.48*(1918- 255.86 \text{ Ln}(d))$	
$\tau d(N \ge 10^4)$	N/mm^2	τd	
$\tau d(10^4<N<10^7)$	N/mm^2	$\left[\frac{(\tau d - \tau zul)\ln N}{\ln 10} + 7\,\tau zul - 4\tau d\right]/3$	
$\tau d(N \le 10^4)$	N/mm^2	τzul	

td(N) est la contrainte maximale admissible pour assurer **N** cycles avec une probabilité de rupture de 50 % sur le lot de ressorts.
ln est la fonction logarithme népérien qui se trouve sur les calculettes en mode scientifique

tzul = 0,5*Rm pour l'acier et tzul=0,48*Rm pour l'inox. (Rm voir table III.1 page 5)

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

Exemple fil inox **d** = 0,4 mm et **D** = 5,0 mm ; **F** = 2,14 N

ln(d) = -0,9163 ; **w** = 5,0/0,4 = 12,5 ; **k** = (w+0,5)/(w-0,75) = 1,1289

Rm = 1918-255,86*ln(0,4) = 1477 N/mm² ; **tzul** = 0,48*1477 = 709 N/mm²

td = $303/0{,}4^{0.268}$ = 387,3 N/mm²

Contrainte nominale sous **F2** :

$$\mathbf{tk2} = 2{,}548*2{,}14*1{,}1289*5{,}0/0{,}4^{3} = 480{,}90 \text{ N/mm}^2$$

tk2 < **tzul** mais comme **tk2** > **td** on ne sera pas en endurance illimitée. En fonction du nombre de cycle envisagés on calculera **td(N)** à l'aide des formules précédentes. On effectuera une vérification **tk2** < **td(N)**.

Les relations qui suivent donne l'expression d'un coefficient de sécurité qui au demeurant, une fois calculé, reste difficile à interpréter en usage amateur.

$$\alpha F = \frac{OF}{OW} = \frac{\tau d_{(N)}\left(\beta\,\tau zul - \tau d_{(N)}\right)}{\tau a\left(\beta\,\tau zul - \tau d_{(N)}\right) + (\beta - 1)\,\tau m\,\tau d_{(N)}}$$

avec pour les ressorts de compression :

$$\tau m = 4DR(2L0 - L1 - L2)\,k\,/\left(\pi d^3\right)$$

$$\tau a = 4DR(L1 - L2)\,k\,/\left(\pi d^3\right)$$

6. REGLES DE DIMENSIONNEMENT COURANTES

Elles sont issues de l'expérience, et concevoir un ressort en s'appuyant sur ces règles permet souvent d'accélérer le processus de définition.

- On devra éviter que l'angle d'inclinaison de la spire par rapport à un plan perpendiculaire à l'axe d'hélice ne dépasse 6°. En pratique on restera entre 3° et 5°. Cela signifie que l'on veillera à ce que le pas vérifie P<D/3. Si on dépasse cette valeur les efforts de flexion qui prennent alors naissance augmentent rapidement la fatigue du métal et modifient sensiblement les lois de fonctionnement
- facteur d'enroulement w=D/d. On maintiendra cette valeur entre 6 et 16. La valeur w=10 est une valeur donnant un ressort bien équilibré. Côté fabrication en dessous de 5, on ne peut pratiquement plus enrouler le fil à froid. Au-dessus de 12 ou 13 la détente du fil après enroulement ne permet plus d'assurer avec précision la valeur du diamètre D.

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

- Les extrémités seront resserrées et meulées pour assurer une bonne assise. Les faces meulées devront être exécutées soigneusement afin d'être parallèles entre elles et perpendiculaires à l'axe d'hélice
- on choisira un nombre de spires compris entre 4 et 14. Pour les ressorts très longs on aura intérêt à considérer plusieurs ressorts empilés séparés par des rondelles rectifiées coulissant sur un axe.
- Tenue à la fatigue. On prendra une contrainte de torsion, ressort à bloc, inférieure ou égale au 4/5ème de la contrainte de cisaillement ou bien comprise entre 1/5ème ou 1/8ème de la contrainte de limite élastique.

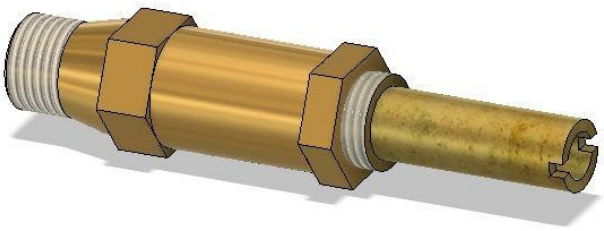
6.1. Exemple de calcul complet :

On rappelle que les applications visées concernent surtout les soupapes de décharge de chaudière, les régulateurs gaz, les soupapes des moteurs à combustion interne, et cela pour du modélisme.

Ce qui peut-être perturbant, outre l'aspect quelque peu barbare des formules, c'est qu'il faut choisir à priori des valeurs pour certaines données. Ceci étant fait, toutes les autres données sont alors reliées entre elles et s'en déduisent. En fonction des résultats on réitère le processus.

Les contraintes de conception vont imposer le plus souvent les longueurs L1 et L2, et le diamètre extérieur De. Pour les applications qui nous concernent on peut en général estimer aussi l'ordre de grandeur des forces correspondantes appliquées F1, F2. Les couples (L1, F1) et (L2, F2) permettent alors le calcul de la raideur R.
Remarque : l'unité de force dans le système international est le Newton noté N. L'unité de masse est le kilo (kg) souvent confondu avec le kilogramme-force. Une masse de 1kg a un poids (force) de 1kgf dans l'ancien système d'unité. La conversion vers le système international est 1kgf = 9,81 N

Nous allons construire l'exemple sur la soupape de décharge vapeur d'une locomotive modèle réduit. Il n'y a pas lieu de s'occuper de problèmes de fatigue car le nombre de cycle est faible. Cependant en régime de fonctionnement (levée de soupape) il y a des variations dynamiques importantes de la force s'exerçant sur la soupape. On devra par souci de sécurité vérifier les contraintes admissibles avec le ressort à bloc.



*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

La levée nécessaire pour passer le débit vapeur est de 0,6 mm.

Le design mécanique impose Soupape fermée : L1 = 7,3 mm, F1 = 1,14 N ; Soupape ouverte : L2 = 6,7mm, F2= 1,42 N.

La pré-compression du ressort est réglable via un écrou dans l'évent. Cela permet de compenser les petites imperfections de bobinage et régler correctement le déclenchement en s'aidant d'un manomètre.

Le ressort devra avoir un jeu de 0,4 mm au diamètre d'alésage du corps de soupape et un jeu de 0,3 mm au diamètre de tige de soupape. **D_alésage** = 6 mm, **D_tige** = 3,2 mm. On aura donc à respecter :

De < D_alésage-0,4 et Di>D_tige+0,3. Soit De < 5.4 mm et Di > 3,5 mm

Extrémités du ressort : rapprochées et meulées (ni = 1,5) ; Fil inox, spires d'extrémité guidées.

Matériau	**Inox 302**
G en N/mm²	70000,00
E en N/mm²	192000,00
Rm en N/mm²	2153,44
td endurance illimitée N/mm²	387,34
Tzul endurance limitée N/mm²	1033,65
Masse volumique kg/dm3	7,90

Les données disponibles permettent le calcul de la valeur imposée à la raideur **R** du ressort :

R = (F2-F1) / (L1-L2) = 0,284/0,6 = 0,47 N/mm

Démarrons le dimensionnement en choisissant un rapport d'enroulement w = D/d = 10.

<u>Diamètre théorique du fil</u>

Moyennant quelques manipulations des formules de base on peut exprimer d en fonction de F2, G, w.

$$d = \sqrt{\frac{8F2w^3}{G(0.3w-1)}}$$

d = (8*1,42*10^3/70000/(0,3*10-1))^0,5 = 0,28 mm

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

on choisit le diamètre commercial immédiatement supérieur soit d = 0,3 mm
Diamètre du ressort

De = d*(w+1) = 0,3* (10+1)= 3,3 mm ; De < 5,4 la condition est vérifiée
D = w*d= 3 mm
Di = d*(w-1) = 0,3*(10-1) = 2,70 mm ; Problème ! Di < 3,5 donc la condition n'est pas vérifiée.

La relation ci-dessus peut s'écrire aussi **w** = Di/d+1. Elle permet de trouver un compromis qui respectera les deux conditions. On teste différents couples (Di, d) comme par exemple celui que l'on va retenir.

Di	*3,60*
d	*0,40*
w	10,00
De	4,40
D	4

On va donc vérifier qu'avec un fil **d** = 0,4 mm et un rapport d'enroulement w = 10 on peut aller jusqu'au bout de la définition en respectant les conditions restrictives.

Calcul du nombre de spires

La démarche va dépendre de ce qui est imposé. Dans notre cas c'est la raideur

n = G d4 / (8 R D^3)= 70000*0,44/(8*0,47*4^3) = 7,45 spires actives

Avec un bobinage manuel il est difficile d'obtenir un enroulement précis. On s'efforcera de se maintenir entre 7,5 et 8 spires.

Par exemple avec 8 spires (au lieu de 7,5) cela va donner une longueur à vide (ressort libre)

L0 = n (0.3*D + 0.15*d) + ni*d = 8*(0,3*4+0,15*0,4)+1,5*0,4= 10,7 mm. On veillera à rajouter la garde de sécurité Sa préconisée par la norme. Si on est quelque peu paresseux on peut se contenter d'écrire que Sa=d/2= 0,2mm

La longueur **L0** est alors égale à L0 = 10,7+0,2 = 10,9 mm.

La raideur de ce ressort avec 8 spires sera : $R = \frac{Gd^4}{8D^3n}$

R = G*d^4 / (8*n*D^3) = 70000*0,4^4/(8*8*4^3) = 0,44 N/mm

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

La levée sera L1-L2 = (F2-F1)/R = 0,284/0,44 = 0,645 mm. Avec 8 spires la levée est suffisante. Dans le cas d'une soupape de décharge il convient de se tenir proche de la hauteur de levée optimale.

Maintenant que le ressort est défini il faut vérifier les conditions de contrainte maximale (ressort à bloc), la longueur de flambement, la tenue en fatigue (même si pour ce type d'usage ce n'est pas essentiel).

Caractéristiques du ressort :

Fil inox **G** = 70 000 N/mm^2, **d** = 0,4 mm, **D** = 4 mm, **n** = 8 spires actives, extrémités meulées, pas de tour mort.

A partir des éléments maintenant acquis on peut établir de nombreuses caractéristiques du ressort. *Voir le prochain tableau*.

Le pas du ressort est de 0,9 mm/tour pour un angle d'hélice de 4°. (Les angles d'hélice évoluent en général entre 3° et 6°). La longueur nette de fil bobiné est de 215 mm environ. A cette longueur il faudra y ajouter les chutes pour l'attache sur le mandrin, les coupes et le meulage. La masse du ressort est de 0,2g à comparer si nécessaire aux autres masses associées au mouvement.

Les points les plus intéressants sont le flambement et la contrainte lorsque le ressort est à bloc.

Longueur de flambement Lk
La longueur de flambement est de 4,8mm. En fonctionnement normal, entre **F1** et **F2** il n'y a pas de risque de flambement car **L1** et **L2** sont plus grands que Lk. Par contre il y a flambement si exceptionnellement le ressort se comprimait à bloc (Lc=3,80mm < Lk=4,8mm). La tige de soupape fera alors office de guide en limitant les problèmes. Le flambement intervient dès que la force appliquée est supérieure à 2,7 N.

Contraintes
La contrainte sous charge maximale F2 est légèrement inférieure à la contrainte en endurance illimitée. En respectant le même domaine de fonctionnement (**L1**, **F1**) et (**L2**, **F2**), ce ressort aurait donc pu être utilisé comme ressort de rappel de soupape.

Lorsque le ressort est compressé à bloc sa contrainte τkc= 561 N/mm² est très inférieure à la contrainte admissible τzul = 750 N/mm².

Le ressort est donc validé par le calcul. Il convient de le fabriquer et de le tester en conditions réelles.

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

FICHE TECHNIQUE
RESSORTS DE COMPRESSION

FTe08

Symbole	*Unité*	Désignation	Formules		
D	*mm*	Diamètre moyen	D = De - d	4,00	*mm*
De	*mm*	Diamètre extérieur	De = D + d	4,40	*mm*
Di	*mm*	Diamètre intérieur	Di = D - d	3,60	*mm*
d	*mm*	Diamètre de fil	d = De-D	0,40	*mm*
D'e	*mm*	Diamètre dilaté ressort à bloc	D'c=d+1/2(m^2+4D²-d^2) ^ 0,5	4,42	*mm*
E	*N/mm2*	Module d'élasticité		192000	*N/mm²*
F1	*N*	Forces axiales, relatives à L1	F1 = R (L0 – L1)	1,14	*N*
				116,25	*gf*
F2	*N*	Forces axiales, relatives à L2	F1 = R (L0 – L2)	1,42	*N*
				144,80	*gf*
Fc th	*N*	Force théorique á bloc	Fc th = R (L0 - Lc)	3,11	*N*
				316,74	*gf*
Fn	*N*	Force relative á Ln	Fn = R (L0 - Ln)		
G	*N/mm2*	Module de torsion		70000	*mm²*
k	-	coefficient de correction de contrainte	k = (w + 0.5) / (w - 0.75)	1,14	
L0	*mm*	Longueur libre	L0 = m n + (ni + nm) d + Sa	10,90	*mm*
L1	*mm*	Longueur en charge relative à F1	L1 = L0 - F1 / R	**7,30**	*mm*
L2	*mm*	Longueur en charge relative à F2	L2 = L0 – F2 / R	**6,70**	*mm*
Lc	*mm*	Longueur á spires jointives	Lc = d (n + ni +nm)	**3,80**	*mm*
Ld	*mm*	longueur développée	Ld = π D [2 + nm + n / Cos(z)]	215,14	*mm*
Lk	*mm*	Longueur critique de flambage	*Voir formule dans le texte*		

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

FICHE TECHNIQUE
RESSORTS DE COMPRESSION

FTe08

			*mu=E/(2*G)-1*	*0,37*	
			*ni*L0/D*	*4,09*	
			*pi()((2*mu+1)/(mu+2)^ 0,5*	*2,69*	
			Test	**Flambement ! calculer LK**	
			*A= [1-(2*mu+1)/(mu+2)* (pi()*D/(v*L0))^2]^ 0,5*	0,28293	
			LK=L0*(1-(mu+1)/(2*mu+1)*A	**4,75**	*mm*
	N	Force au point de flambement	Fk=R/(L0-Lk)	2,69	*N*
	N/mm²	Contrainte au point de flambement	$\tau kf = 8*D*R*k\ (L0 - Lk) / (\pi*d^3)$	486,12	*N/mm²*
Ln	*mm*	Plus petite longueur de travail admissible (géométriquement)	Ln = d*(n + ni +nm) + Sa	5,00	*mm*
Lr	*mm*	Plus petite longueur de travail admissible (contrainte maxi)	Lr = L0 - (π*d3*τzul) / (8*D*R*k)	Sans objet Lr<Lc	
M	*g*	Masse du ressort	M = Ld*ρ*π*d2 10-3 / 4	0,21	*g*
m	*mm*	Pas du ressort	m = [L0 - d (ni + nm)]/n	0,89	*mm/tour*
N	-	Nombre de cycles		20000	*cycles*
n	-	Nombre de spires actives	$n = G*d^4 / (8*R*D^3)$	8,00	
ni	-	influence des extrémités sur les longueurs		1,50	
nm	-	Nombre de spires mortes		0,00	
nt	-	Nombre total de spires	nt = n + nm + ni	9,50	

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

FICHE TECHNIQUE
RESSORTS DE COMPRESSION

FTe08

R	*N/mm*	raideur du ressort	$R = G\ d4 / (8\ n\ D^3)$	**0,44**	*N/mm*
Rm	*N/mm2*	Valeur minimale de la résistance á la traction		2153,44	*N/mm²*
Sa	*mm*	Somme des espaces minimums entre les spires utiles	$Sa = n\ (0.0015\ D2 / d + 0.1d)$ Lorsque $N > 10^4$, Sa est multiplié par 1,5	1,20	*mm*
Sh	*mm*	Course du ressort (« - » signifie compression)	$Sh = L1 - L2$	-0,60	*mm*
W	*N*mm*	Energie emmagasinée ((« - » signifie Energie potentielle)	$W = 0.5\ (F1 + F2)\ (L1-L2)$	-0,77	*N*mm*
w	-	rapport d'enroulement	$w = D / d$	10,00	
z	*deg*	Angle d'hélice	$z = Arctan(\ m / \pi / D\ )$	4,04	*degré angle*
αF		facteur de tenue en fatigue			
ρ	*kg/dm3*	Masse volumique		7,90	*kg/dm3*
τk2	*N/mm2*	Contrainte corrigée pour L2	$\tau k2 = 8*D*R*k*(L0 - L2)/(\pi*d^3)$	**331,97**	*N/mm²*
τkc	*N/mm2*	Contrainte corrigée pour Lc	$\tau kc = 8*D*R*k*(L0 - Lc) / (\pi\ d^3)$	**561,18**	*N/mm²*
τzul acier	*N/mm2*	Contrainte maximale admissible	*voir tableau*	**750,39**	*N/mm²*
td	*N/mm²*	Contrainte endurance illimitée	*voir tableau*	**387,34**	*N/m²*

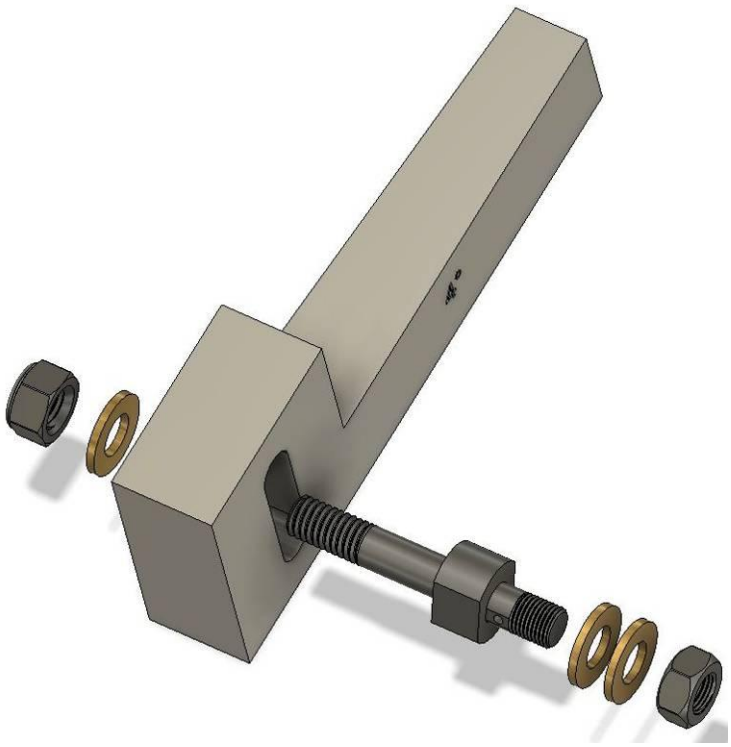
*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

7. REALISATION D'UN RESSORT AU TOUR

Avertissement : ne JAMAIS maintenir le fil à ressort directement à la main ou même avec de gants légers pour lui imposer une force de traction lors du bobinage, des blessures importantes peuvent en résulter.

- La méthode de bobinage au tour équipé d'une vis-mère pour le filetage est simple et l'outillage facile à fabriquer. Les pas de nos ressorts sont en général dans la gamme des pas de filetage de nos tours d'établi.
- Le véritable challenge est de trouver le bon diamètre du mandrin de bobinage et secondairement de ne pas imposer une tension trop importante au fil. En effet une fois le ressort bobiné lors du sectionnement du fil, les contraintes se relâchent et le ressort augmente de diamètre.
- Le fil à ressort est très dur et ravage les pinces coupantes. Il vaut mieux utiliser une électro-broche genre Dremel montée avec un micro-disque abrasif
- Lors de la fabrication on prévoira des spires mortes aux extrémités pour ajuster au mieux la longueur du ressort et récupérer des imprécisions de meulage.
- Le meulage des spires d'extrémité doit s'effectuer calmement sans surchauffer le fil qui perd alors ses propriétés. On s'aidera d'un petit montage pour obtenir des bases géométriquement correctes.

Vues du passe-fil



*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

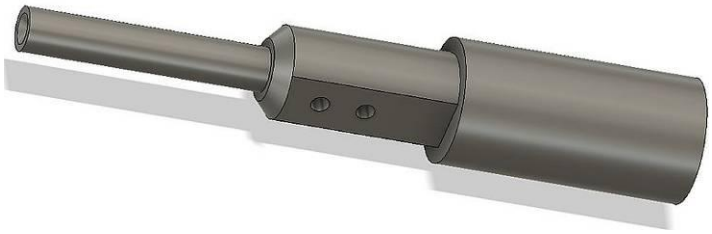
- Comme les angles d'hélice sont généralement compris entre 3° et 6° ce ne sera guère plus long de préparer quelques ébauches du corps de passe-fil pour les angles les plus courants. Il est bienvenu de marquer chaque corps de passe-fil pour repérer l'angle original d'usinage, car il n'est pas aisé de mesurer précisément ces petits angles.

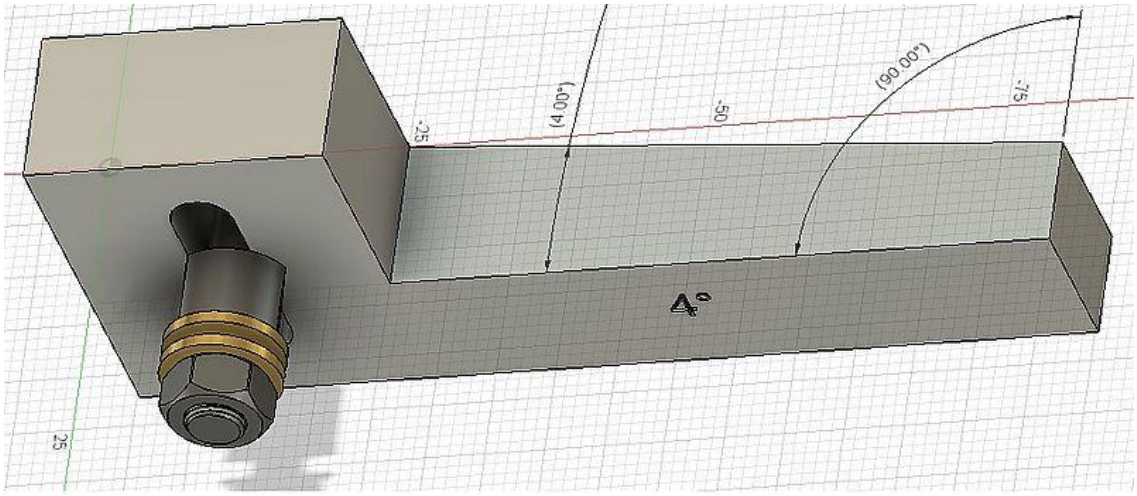
- Le fil est serré entre deux rondelles qui s'usent assez vite. Des rondelles achetées en quincaillerie font tout à fait l'affaire en ce qui me concerne.

- Le trou par lequel traverse le fil est de diamètre 1,2mm ce qui permet d'utiliser des fils entre 0,4 et 0,8mm, les plus courants pour nos usages.

- Pour plus de facilités de réglage, l'écrou de serrage des rondelles formant étau sera fileté à pas fin.

Mandrin de bobinage

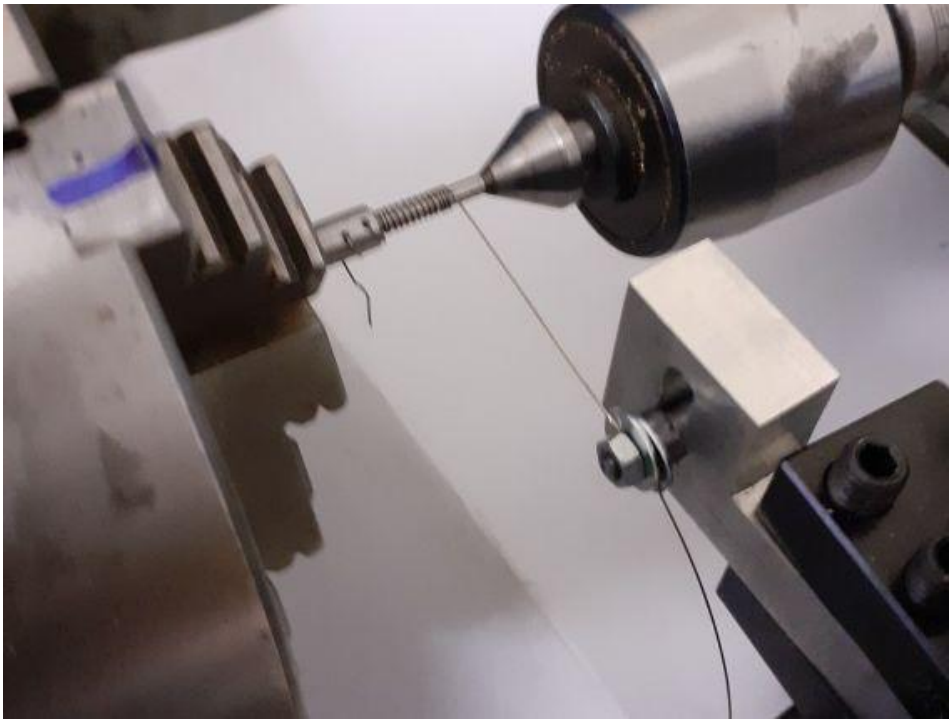




*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

Le réglage du diamètre de l'axe de bobinage est obtenu après quelques essais. On peut prendre comme point de départ pour le diamètre de l'axe de bobinage 0,8*Di_théorique. On bobine un premier ressort, et on mesure son diamètre extérieur De. S'il est supérieur de 10 à 15 % de la valeur du diamètre extérieur théorique on réduit l'axe de bobinage sinon ce ressort est conservé après calcul de vérification. Si ce n'est pas bon alors on réduit le diamètre du mandrin de bobinage par échelon de -0,2 mm ou même -0,4 mm si le diamètre du ressort est nettement trop grand.

On voit ci-dessous le montage au tour. Le bobinage s'exécute manuellement moteur arrêté-désaccouplé. On entraîne à la main le mandrin 3 mors de la poupée fixe. La pointe tournante sert à reprendre les efforts de flexion lié à la traction du fil. En effet le diamètre de nos ressorts est très petit et le risque de déformer l'axe de bobinage est important.



Pour la partie de bobinage des spires actives la vis mère est enclenchée après avoir été préalablement réglée avec le train d'engrenages qui correspond au pas de filetage le plus proche possible du pas théorique de l'hélice du ressort.

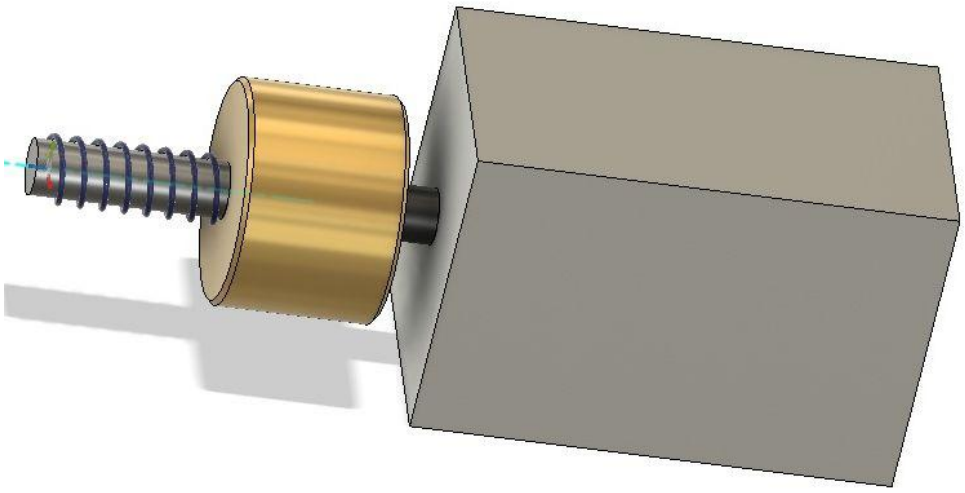
Pour le meulage des extrémités du ressort on peut utiliser l'outillage simple de la figure qui suit.

Le corps parallélépipédique de cet outillage est monté et réglé sur le dispositif de meulage de façon à ce que l'axe du porte-ressort soit normal (perpendiculaire) à la surface abrasive en mouvement. Le diamètre extérieur du mandrin porte-ressort

*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***

sera égal au diamètre intérieur du ressort à meuler. Cet arbre porte-ressort est approché de manière à effleurer la surface abrasive en mouvement.

L'extrémité du ressort est ensuite mise en contact avec l'abrasif par coulissage manuel de la bague laiton. Cela assure un meulage léger et suffisamment constant.



*Ce document est la propriété de **VAPEUR 45**. Il ne doit pas être copié ni donné à des tiers sans l'autorisation de **VAPEUR 45***